

Asterisk stiller denne gang skarpt på international forskning i **matematikens didaktik**.



INTELLIGENT MEDBORGERSKAB KRÆVER, AT VI BEHERSKER MATEMATIKKEN

Den internationalt anerkendte amerikanske professor i matematikkens didaktik, JEREMY KILPATRICK, besøgte i august DPU, Aarhus Universitet. Asterisk satte ham stævne for at få kastet lys over, hvilken rolle matematik bør spille i uddannelsessystemet i dag. Ifølge Jeremy Kilpatrick er det vigtigere end nogensinde, at vi kan vores matematik: Hvis vi ikke behersker den, vil den beherske den os.

Af CARSTEN HENRIKSEN



Flere timer i matematik« var et af slagnumrene i skolereformen. Men hvad skal vi egentlig med alle de matematiktimer, når lommeregnerne og regneark

klarere tallene for os, og vi finder vej med smartphones. Kan vi ikke bare slå vores egen hjerne fra og stole på computerkraften? Nej,

tværtimod, mener Jeremy Kilpatrick. At vi forstår og kan håndtere matematiske begreber er intet mindre end en forudsætning for et velfungerende demokratisk samfund.

Hvilken rolle bør matematik spille i uddannelsessystemet og i dannelsen af den enkelte?

»Matematik udstyrer skoleelever med nogle basale færdigheder, som de får brug for som voksne. Hvis matematikundervisningen er blevet grebet rigtigt an, vil den

også kunne udstyre eleverne med evnen til at forholde sig reflekteret til begreber som kvantitet og form. Disse kompetencer er et adelsmærke på den dannede borger. Elever bør derfor lære matematik hele vejen op gennem skolen, uanset hvilken professionel karrieresti de vælger at slå ind på.

Matematik har mindst to funktioner i forhold til uddannelse. Den ene er meget praktisk og handler om at lære dig at overleve i

»Intelligent medborgerskab i dag kræver, at vi kan matematik på et højere niveau end tidligere. Det er nødvendigt for at kunne agere og fungere i et samfund, hvor kvantitative data omgiver os overalt - data som vi må kunne fortolke og bruge.«

Professor **Jeremy Kilpatrick**

denne verden. Hvis du ikke kan estimere, hvad en handel vil koste dig, eller vurdere, hvad du betaler i renter på et lån, eller gennemskue, hvad regeringen foretager sig med dine penge, og hvis du ikke kan operere med tal, geometriske figurer eller andre begreber til at angive mål med, vil du ikke være i stand til at fungere i det moderne samfund.

Det er altså matematikkens ene funktion. At gøre dig til en intelligent borger, der kan fungere i et samfund, der gør brug af en masse matematik overalt. At du har en idé om, hvad det betyder, når medierne fortæller dig, at sandsynligheden for regn er 0,4. At du er i stand til at ræsonnere over kvantitet.

Den anden funktion er mindre generel, men desto vigtigere for mennesker, der søger arbejde i professioner, der gør brug af matematik. De vil få brug for en mere avanceret forståelse af matematik. De forventes måske at kunne løse ligninger eller udforme forskellige geometriske konstruktioner som en del af jobbet. Der er mange professioner i det moderne teknologibårne samfund – ingeniører og it-udviklere er de indlysende eksempler, men det omfatter dybest set alle, der gør brug af kvantitative data, sandsynlighed, statistik, geometri eller algebra.

De færreste bliver uddannede matematikere, men mange vil gå ind i disse professioner, hvor matematik bliver brugt, og det er positivt, at så mange som muligt gør det. Det er vigtigt, vi fortsætter med at højne gennemsnitsniveauet for matematisk forståelse i befolkningen. Hvis vi ønsker et velfungerende demokratisk samfund, må vi prøve at uddanne alle til at kunne forstå begreber, der involverer kvantitative ræsonnementer – så vælgerne kan forstå hvad, de bliver bedt om at



vælge imellem, når politikerne f.eks. diskuterer, hvor stor den offentlige vækst skal være.«
Hvorfor er det vigtigt, at befolkningen bliver bedre til matematik?

»Det hjælper os til fremskridt som samfund. Der er matematik overalt. Når børn sidder med deres iPhone, gør de brug af interessant matematik. De behøver ikke alle kunne programmere den slags, men de bør kunne forstå, hvordan det virker.

At kunne matematik er i dag lige så vigtigt, som det altid har været – måske endda

endnu vigtigere, fordi så mange jobs er relateret til matematik, og fordi vi i det hele taget lever i en verden, der er mere matematiseret end nogensinde før. Intelligent medborgerskab i dag kræver, at vi kan matematik på et højere niveau end tidligere. Det er nødvendigt for at kunne agere og fungere i et samfund, hvor kvantitative data omgiver os overalt – data som vi må kunne fortolke og bruge.

De mennesker, som arbejder i professioner, der gør brug af matematik, behøver endnu bedre matematisk forståelse end den >

gennemsnitlige borger for at kunne træffe intelligente beslutninger om de fænomener, de støder på i deres profession. I takt med at teknologien, der omgiver dem, bliver mere og mere sofistikeret, har de brug for at forstå den kraft, der udgår fra de matematiske idéer, der ligger bag teknologien – men også deres begrænsninger.

Men det er tvetydigt argument, for på den anden side kan man sige, at det ikke er så vigtigt at kunne matematik, som det var engang, fordi der er så mange fænomener i vores samfund, hvor den bagvedliggende matematik er taget ud af hænderne på almindelige mennesker. Afvej det mod hinanden vil jeg dog sige, det er vigtigere end nogensinde, at børn i skolen får mulighed for at lære matematiske idéer og begreber, så de bliver matematisk klædt på til at være borgere. Det er ikke længere så vigtigt, at de lærer alle de matematiske procedurer og operationer. I dag har du et teknologisk instrument i hænderne, der kan finde kvadratroden af et tal for dig, men det er vigtigt, at du ved, hvad idéen om kvadratroden af et tal går ud på, så du forstår, hvad det er, teknologien gør.

Det gør ingen skade at bruge noget tid i skolen på at prøve at finde ud af, hvad kvadratroden af det ene eller det andet tal er. Men at tilbringe mange timer med at udlede kvadratrødder er et stort spild af skoletid. Eleverne kommer ikke til at sidde og beregne kvadratrødder resten af deres liv. Men de er nødt til at vide nok til at kunne afgøre, om de kan have tillid til, at resultatet er korrekt, når teknologien har regnet det ud for dem.«

Engang skulle eleverne i skolen lære at regne – hvad skal eleverne lære i matematik i dag?

»At kunne regne betyder, at man kan nå frem til en kvantitet ved at benytte sig af matematiske procedurer. I dag kan man benytte sig af teknologi til at nå frem til den kvantitet, og det fritager os for en stor del af arbejdet med at regne. Men man har stadig brug for at kunne forholde sig til og vurdere rimeligheden af det resultat, man er nået frem til, og eleverne er altså stadig nødt til at kunne aritmetik, altså kende tallene og vide, hvordan man regner med dem både i hovedet og ved hjælp af teknologi. Eleverne må lære, hvad der egentlig foregår, når man lægger tal sammen, og lærerne må kunne hjælpe eleverne med at lære at bruge computere på en intelligent måde.

I gamle dage havde folk behov for at kunne lægge lange kolonner af tal sammen i hovedet. Hvis du var købmand, var der ikke andre måder at gøre det på. I dag kan teknologien gøre det for os, men det betyder også, at du i

dag må vide, hvordan du får den til at addere de mange tal for dig, du må have en idé om, hvorvidt resultatet er korrekt, og hvordan du tjekker resultatet for at se, om du har stillet det rigtige spørgsmål til teknologien og ikke har begået en fejl. Du har brug for at kunne estimere og have en god sans for, hvad et godt svar fra maskinen kunne være. Men lad maskinen regne det ud for dig og brug det svar i stedet for at bruge en masse tid på at udregne summen af femogtyve trecifrede tal. Det er der ingen, der behøver at gøre.«

Hvordan evaluerer og tester vi bedst skoleelevers matematiske færdigheder?

»Vi må skelne mellem på den ene side brugen af matematiske test til at få en ufuldstændig bedømmelse af, hvordan en given gruppe af elever klarer sig i matematik sammenlignet med andre grupper af elever. Og på den anden side brug af test eller andre evalueringsformer, der skal hjælpe lærerne til at vurdere, hvor godt eleverne klarer sig i matematik, som en viden de kan trække på i forhold til at tilrettelægge undervisningen efterfølgende. Internationale komparative undersøgelser giver os nogle meget grove målinger af, hvad eleverne kan, hvorimod de test, quizzet, projekter, observationer osv., lærerne bruger i undervisningen, burde give os meget bedre og mere detaljeret oplysning om elevernes læring.

Vi har sandsynligvis for mange test. Vi er nødt til at indse, at de kun måler en del af det curriculum, børnene er involveret i. Matematisk modellering, hvor man bruger modeller i form af f.eks. diagrammer eller funktioner til at beskrive virkeligheden eller løse realistiske hverdagsproblemer, er et godt eksempel. Det er en meget vigtig matematisk kompetence, men det har vist sig at være ganske vanskeligt at måle den med simple »papir og blyant«-test.

Modellering er mit favoriteksempel på en matematisk kompetence, som hverken TIMSS, PISA eller andre internationale undersøgelser har været i stand til at måle ordentligt. Modellering kræver, at børnene sidder sammen i grupper og forsøger at regne ud, hvordan modellen kan konstrueres ved at prøve sig frem og afprøve og forbedre den undervejs. Det tager for lang tid til, at det kan lægges ind i en test.

Først og fremmest skal vi i højere grad stole på lærernes evne til at evaluere eleverne. Vi er nødt til at uddanne lærerne, så de kan foretage gode bedømmelser af, hvad børn kan. Så vil vi kunne få vurderinger fra lærerne, der er bedre end en hvilken som helst standardiseret 'papir og blyant'-test, for læreren kender eleverne og har arbejdet med dem over længere tid og kan

»Først og fremmest skal vi i højere grad stole på lærernes evne til at evaluere eleverne. Vi er nødt til at uddanne lærerne, så de kan foretage gode bedømmelser af, hvad børn kan.

Så vil vi kunne få vurderinger fra lærerne, der er bedre end en hvilken som helst standardiseret 'papir og blyant'-test, for læreren kender eleverne og har arbejdet med dem over længere tid (...).«

Professor **Jeremy Kilpatrick**

HUSK MATEMATIKKEN!

»Matematikens didaktik studerer relationerne mellem underviser, elev og det faglige indhold samt den kontekst og det miljø, disse relationer udspiller sig i. Det er afgørende, at vi som forskere også giver selve matematikken vores opmærksomhed. Ellers er det nemlig ikke forskning i matematikkens didaktik. Forskere laver f.eks. ofte studier af børns matematiklæring ud fra en psykologisk tilgang, men behandler selve matematikken, som var det en *Black Box*. Men forskning i matematikkens didaktik bør forsøge at åbne denne *Black Box* en smule og afdække, hvad matematik er. Vi bør se matematikken som noget, der fortolkes forskelligt af forskellige mennesker i stedet for at behandle den, som om den er det samme for alle overalt.«

Fra Jeremy Kilpatricks forelæsning på DPU, Aarhus Universitet, i Emdrup 28. august 2015



derfor f.eks. fortælle dig, om eleven er i stand til at foretage modelleringer eller ej.»

Hvad er konsekvensen, hvis vi i en evaluering- og testkultur undlader at bedømme elevernes modelleringskompetencer?

»Hvis det ikke er en del af det officielle test- og eksamenssystem, er det det samme som at sende en besked til lærerne om, at vi ikke er interesserede i disse kompetencer. Lærerne vil måske sige, at så behøver vi heller ikke undervise i det. Men vi har brug for modellering. Det bør indgå i curriculum, og vi må finde en måde at vurdere kompetencen på, der kombinerer eksamensresultater med vurderinger fra lærerne. Jeg siger ikke, at eksamen og standardiserede test ikke er til nogen hjælp for os. De giver os information om dele af de matematiske færdigheder, elever har, men resten af historien, der handler om hvad eleverne kan med matematik, om de kan konstruere modeller eller estimere et svar på et problem, fortæller de os ikke noget.«

Hvilken relation er der mellem forskning i matematikkens didaktik og den praktiske udvikling af faget og dets didaktik?

»Vi må finde en måde at kommunikere på mellem forskerne, der sidder oppe på bjerget på universitetet, og lærerne, der arbejder nede i dalen med børnene. Vi har brug for lærere, der er imødekomende og modtagelige i forhold til forskningen, som har kendskab til den og kan kommunikere den videre til deres lærerkolleger ude i klasserummet.

Ikke al forskning behøver være optaget af at udvikle feltet, men meget af den gør. Lærerne behøver den forankring, som forskning kan give dem, som middel til at reflektere over deres praksis. De skal vide, hvad man gør andre steder, og hvilke effekter disse andre praksisser har. Udvikling af curriculum i matematik kan i dag ske på fastere grund end før i tiden takket være den store mængde forskning, der er bedrevet på vores felt gennem de sidste hundrede år. Det bliver aldrig

forskningen, der fastlægger praksis, men den kan oplyse praksis.

Derfor er forskningen i matematikkens didaktik vigtigere end nogensinde. Selvom nogle nok vil hævde, at matematik er så dybt indlejret i vores kultur i dag, at folk ikke behøver forstå det, så vil jeg argumentere modsat. Vi er nødt til at kunne beherske matematik. Ellers er det sandsynligt, at matematikken vil beherske os.« ■



JEREMY KILPATRICK

Professor i matematikkens didaktik ved University of Georgia i USA. Han er en af de mest kendte og indflydelsesrige forskere i matematikkens didaktik på verdensplan. I august besøgte han DPU, Aarhus Universitet, i Emdrup og holdt bl.a. en åben forelæsning om »What is and what ought mathematics education to be as a research domain?«.